
UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Supplementary Semester Examination
Academic Session 2010/2011

June 2011

IUK 191 – MATHEMATICS I
[MATEMATIK I]

Duration: 3 hours
[Masa: 3 jam]

Please check that the examination paper consists of **SEVEN** pages of printed material before you begin this examination.

Answer **FIVE** questions. All questions can be answered in Bahasa Malaysia OR English.

In the event of any discrepancies, the English version shall be used.

*[Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi **TUJUH** muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.]*

*Jawab **LIMA** soalan. Semua soalan boleh dijawab dalam Bahasa Malaysia ATAU Bahasa Inggeris.*

Sekiranya terdapat sebarang percanggahan pada soalan peperiksaan, versi Bahasa Inggeris hendaklah diguna pakai].

1. (a) Test the continuity of $f(x) = \begin{cases} 5-2x & \text{if } x < -3 \\ x^2+2 & \text{if } x \geq -3 \end{cases}$ at $x = -3$.
(5 marks)

- (b) If $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$,
- (i) find $f'(x)$.
 - (ii) find equation of the tangent line and normal line to the curve of $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$ at the point $x = 4$.
(10 marks)

- (c) Find $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{2x}$. (Hint: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh h}{h} = 1$)
(5 marks)

2. (a) Evaluate

- (i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2+1}{2x^2+3}$.
- (ii) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$.
(10 marks)

- (b) If $y = x^2 e^{-x}$, show that y satisfies the equation $y + 2y' + y'' = 2e^{-x}$.
(5 marks)

- (c) Two ships leave the same port at 2 p.m. The first ship heads due south at 60 miles per hour and the second ship heads due west at 25 miles per hour. At what rate is the distance between the two ships changing one hour later?
(5 marks)

3. (a) Suppose a person is standing at the top of a building 180 feet high throw a ball directly upward with an initial speed of 32 ft/s.

Hint: $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$, $g = 32\text{ft/s}^2$.

- (i) Find the ball's height, its velocity and acceleration at time t .
 (ii) When does the ball hit the ground? What is its impact velocity?

(10 marks)

- (b) Find the general solution of the differential equations

(i) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^x} - 2y$ with $y(0) = 2$

(ii) $\frac{dy}{dx} = xe^{-\sin x} - y \cos x$ with $y(0) = 2$

(10 marks)

4. (a) For what value of A does $y = Ax \cos x + \sin x$ satisfy $y + y'' = 10 \sin x$.

(5 marks)

- (b) Evaluate $\int 5(x^2 + 5x + 3)^2 (2x + 5) dx$.

(5 marks)

- (c) Show that the area of the region bounded by $y = x^2 - 4$ and $y = 0$ on the interval $-2, 2$ is $\frac{32}{3}$.

(5 marks)

- (d) Evaluate $\int_1^2 x \ln x dx$.

(5 marks)

5. (a) Find the critical points of $f(x) = (x-1)^2 (x+2)$.

(5 marks)

- (b) Find the length of the curve $y = x^{\frac{3}{2}}$ on the interval $[1, 4]$.

(5 marks)

- (c) Solve by Cramer's Rule.

$$2x + y + z = 3$$

$$x - y - z = 0$$

$$x + 2y + z = 0$$

(10 marks)

1. (a) Uji kesinjaran $f(x) = \begin{cases} 5-2x & \text{if } x < -3 \\ x^2+2 & \text{if } x \geq -3 \end{cases}$ pada $x = -3$.

(5 markah)

(b) Jika $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$,

(i) cari $f'(x)$.

(ii) cari persamaan bagi garis tangen dan garis normal pada lengkung

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x} \text{ pada titik } x = 4.$$

(10 markah)

(c) Cari $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{2x}$. (Petunjuk: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sinh}{h} = 1$)

(5 markah)

2. (a) Kirakan

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 + 3}$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

(10 markah)

- (b) Jika $y = x^2 e^{-x}$, tunjukkan bahawa y memenuhi persamaan $y + 2y' + y'' = 2e^{-x}$.

(5 markah)

- (c) Dua kapal meninggalkan pelabuhan yang sama pada pukul 2 petang. Kapal pertama menuju ke selatan pada 60 batu per jam dan kapal kedua menuju ke barat pada 25 batu per jam. Pada kadar apakah jarak di antara kedua-dua kapal berubah satu jam kemudian?

(5 markah)

3. (a) Andaikan seseorang berdiri di atas sebuah bangunan 180 meter tinggi membalik sebiji bola ke atas secara terus dengan kelajuan awal 32 kaki/saat.

Petunjuk: $h(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0$, $g = 32\text{kaki/saat}^2$.

- (i) Cari ketinggian bola, kelajuannya dan pecutannya pada masa t .
(ii) Bilakah bola itu menyentuh tanah? Apakah kesan kelajuannya?

(10 markah)

- (b) Cari penyelesaian umum bagi persamaan pembezaan berikut

(i) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^x} - 2y$ dengan $y(0) = 2$

(ii) $\frac{dy}{dx} = xe^{-\sin x} - y \cos x$ dengan $y(0) = 2$

(10 markah)

4. (a) Untuk nilai A apakah $y = Ax \cos x + \sin x$ memenuhi $y + y'' = 10 \sin x$?

(5 markah)

- (b) Nilaikan $\int 5(x^2 + 5x + 3)^2(2x+5) dx$.

(5 markah)

- (c) Tunjukkan luas rantau yang dibatasi oleh by $y = x^2 - 4$ dan $y = 0$ pada selang $-2, 2$ adalah $\frac{32}{3}$.

(5 markah)

- (d) Nilaikan $\int_1^2 x \ln x dx$.

(5 markah)

5. (a) Cari titik-titik genting bagi $f(x) = (x-1)^2 (x+2)$.

(5 markah)

- (b) Cari panjang lengkung $y = x^{\frac{3}{2}}$ pada selang $[1, 4]$.

(5 markah)

- (c) Selesaikan dengan Petua Cramer

$$2x + y + z = 3$$

$$x - y - z = 0$$

$$x + 2y + z = 0$$

(10 markah)